28

CE. Ex. MAT. II - 26/02/08

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 1 Comisión:.................. Profesor:.. REG. o LIB.:........................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Calcule $f_{xy}(1,1)$, siendo $f(x,y)=2xy+e^{3xy}-\ln(xy+1)$

b) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

"La función ingreso total correspondiente a la función de demanda $p(x)=75-x^2$ tiene un máximo si $x_0=5$"

2) a) Determine el o los intervalos donde la función $f(x)=2x^3-3x^2$ es creciente.

b) Determine, si es posible, las coordenadas del o de los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)=x^3-3x^2+2$

3) a) Halle el área de la región encerrada por las gráficas de $f(x)=x^3+1$ y $g(x)=x+1$ en el primer cuadrante

b) Halle todas las primitivas de $f(x)=x.\cos(x^2+2)+\dfrac{2}{x+1}$

4) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) La función $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+5} & si\ x>-1\\ x+3 & si\ x\le -1\end{cases}$ es continua en $x_0=-1$

b) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ en el punto de abscisa $x_0=2$ es $y=2x-1$

5) a) Si $f(x)=2x^2-1$, calcule $f'(1)$ a partir de la definición de derivada, como límite de un cociente incremental

b) Aplique a $f(x)=\ln(2x+1)$ el desarrollo de Mac Laurin expresando el término complementario o resto en la derivada 3ra.

Desarrollar en hoja aparte

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

6) a) Enuncie y demuestre la fórmula de integración por partes.

b) Complete expresando como una sola integral: $\int 8f(x)\,dx+2\int g(x)\,dx=$..............................

7) a) Enuncie el teorema de Bolzano e interprete gráficamente dicho enunciado.

b) Complete: *"El límite ordinario $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ existe si y sólo si los límites laterales ...."*

8) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

a) Si $f(x)$ y $g(x)$ son continuas en x_0 y $g(x_0)=0$ entonces $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ es continua en x_0

b) Si $f^{-1}(x)$ es la función inversa de $f(x)$, entonces $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{f(x)}$, con $f(x)\neq 0$

26-2-08

Tema 1

1a) $f(x,y) = 2xy + e^{3xy} - \ln(xy+1)$ $\qquad f_{xy}(1;1) =$

$$f_x = 2y + e^{3xy} \cdot 3y - \frac{1}{(x\cdot y+1)} \cdot y$$

$$f_{xy} = 2 + e^{3xy} \cdot 3x \cdot 3y + e^{3xy} \cdot 3 + \frac{1}{(x\cdot y+1)^2} \cdot x \cdot y - \frac{1}{(x\cdot y+1)}$$

$$f_{xy}(1;1) = 2 + e^3 \cdot 9 + 3e^3 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{4} + 12e^3$$

1b) $p(x) = 75 - x^2 \Rightarrow IT(x) = x\,p(x)$

$I(x) = x(75 - x^2) = 75x - x^3$

$I'(x) = 75 - 3x^2 \Rightarrow 75 - 3x^2 = 0$

$x^2 = 25$

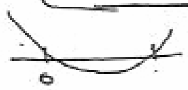
$x = \pm 5 \Rightarrow x = 5$

<u>VERDADERO</u>

$I''(x) = -6x \Rightarrow I''(5) = -30 < 0 \Rightarrow$ hay un máx en $x_0 = 5$

2) a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

$\boxed{\text{Si } f'(x) > 0 \Rightarrow f \text{ crece}}$



$f'(x) = 6x^2 - 6x$

$6x^2 - 6x > 0$

$6x(x-1) > 0$

$(-\infty;0)$ $\quad f' > 0$

$(1;+\infty)$ $\quad f' > 0$

$\Rightarrow f$ crece en $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

$f''(x) = 0 \Rightarrow$ ¿P.I.?

$6x - 6 = 0$

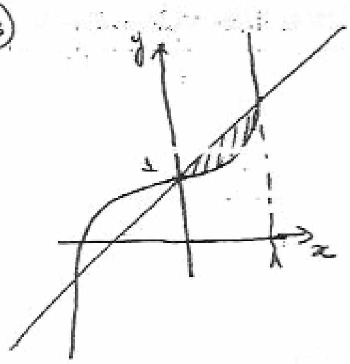
$\boxed{x = 1}$

	$x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f''(x)$	$-$		$+$
$f(x)$	cnc↓		cnc↑

hay cambio de concavidad $\Rightarrow$

P.I. $(1; f(1)) = (1;0)$

3)



$x^3 + \cancel{1} = x + \cancel{1}$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0$ $\quad x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ $\quad \Rightarrow$ I.C.I.

$$\int_0^1 [(x+1) - (x^3+1)]\,dx = \int_0^1 (x - x^3)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

b) $\displaystyle\int x\cos(x^2+1)\,dx + \int \frac{2}{x+1}\,dx = \underline{\frac{1}{2}\operatorname{sen}(x^2+1) + 2\ln|x+1| + c}$

$\displaystyle\int x\cos(x^2+1)\,dx = \frac{1}{2}\int \cos t\,dt = \frac{1}{2}\operatorname{sen} t + c = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(x^2+1) + c.$

$t = x^2+1$

$dt = 2x\,dx$

$\displaystyle 2\int \frac{dx}{x+1} = 2\int \frac{dt}{t} = 2\ln|t| + c = 2\ln|x+1| + c$

$t = x+1$

$dt = dx$

25

CE. Ex. MAT. II - 18/12/07

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 4 Comisión:.................. Profesor:.. REG. o LIB.:......................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Calcule $f_{xy}(0,1)$, siendo $f(x,y)=\dfrac{\ln(x+1)}{y}$

b) Verdadero o falso. Justifique la respuesta:

"*La función de demanda* $p=24-x^2$ *es inelástica si* $x=3$"

2) a) Determine los intervalos donde $f(x)=2x^2+x^4$ es creciente

b) Halle el área de la región del primer cuadrante limitada por las gráficas de $f(x)=x$ y $g(x)=x^3$

3) Halle todas las primitivas de $f(x)=x^2.e^{3x}$

4) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

b) La integral impropia $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{1}{x+1}\,dx$ converge

a) La función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{1-\sqrt{x}} & si\ x\geq 0,\ x\neq 1\\ x+k & si\ \ x=1\end{cases}$ es continua en $x_0=1$ cuando $k=2$

5) a) Calcule $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^4}{x^2-x}\right)^{2-x^2}$

b) Halle $(f\circ g)'(2)$ sabiendo que $g(2)=3$, $g'(2)=4$ y $f'(3)=5$

Desarrollar en hoja aparte

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

6) b) Enuncie y demuestre que el producto de dos funciones continuas en x_0 es una función continua en x_0

a) Complete expresando como una sola integral: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx+\int_c^d f(x)\,dx=$ ....

7) a) Enuncie el teorema de Lagrange. Grafique.

b) Complete: Si $f''(x)>0$ en $(a;b)$, la gráfica de f es .... en $(a;b)$.

8) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

a) Si $f(x)$ es continua en $[a;b]$ y $f(a).f(b)<0$, entonces $f(x)\neq 0$, $\forall x\in(a;b)$

b) Si $\displaystyle\lim_{x\to x_0} f(x)=0$ y $\displaystyle\lim_{x\to x_0} g(x)=0$, entonces $\displaystyle\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=1$ siempre

1a) $f(x,y) = \dfrac{\ln(x+1)}{y}$ $\qquad f_{xy}(0,1) = -1$

18-12-07
Tema 4

$f_x = \dfrac{1}{(x+1)} \cdot \dfrac{1}{y}$

$f_{xy} = \dfrac{1}{(x+1)} \cdot \dfrac{(-1)}{y^2} = -\dfrac{1}{(x+1)\cdot y^2}$

b) $p(x) = 24 - x^2 \quad \rightarrow p(3) = 15$

Falso

$p'(x) = -2x$

$p'(3) = -6 \qquad E(x_0) = \left|\dfrac{x_0 \cdot p'(x_0)}{p(x_0)}\right| \qquad E(3) = \left|\dfrac{3(-6)}{15}\right| = \left|-\dfrac{6}{5}\right| > 1 \Rightarrow$ elástica

2) a) $f(x) = 2x^2 + x^4$

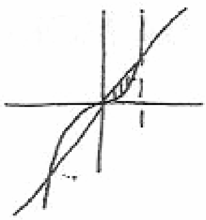
$f'(x) = 4x + 4x^3$

$4x + 4x^3 > 0$

$4x\,(\underbrace{1 + x^2}_{>0}) > 0$

$f'(x) > 0, \forall x > 0 \Rightarrow f$ crece en $(0, +\infty)$

b) $f(x) = x \qquad g(x) = x^3$



$x^3 = x$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0 \quad x = 0,\ x = 1,\ x = -1$

Tomo $x > 0$ a $x = 1$

$\int_0^1 (x - x^3)\,dx = \left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1 = \dfrac{1}{4}$

3) $\int x^2 e^{3x}\,dx = x^2 \dfrac{e^{3x}}{3} - \int 2x \cdot \dfrac{e^{3x}}{3}\,dx = x^2 \cdot \dfrac{e^{3x}}{3} - \dfrac{2}{3}\int x e^{3x}\,dx =$

$u = x^2 \qquad dv = e^{3x}$

$du = 2x \qquad v = \dfrac{e^{3x}}{3}$

$u = x \qquad dv = e^{3x}$

$du = dx \qquad v = \dfrac{e^{3x}}{3}$

$= x^2 \dfrac{e^{3x}}{3} - \dfrac{2}{3}\left(x \cdot \dfrac{e^{3x}}{3} - \dfrac{1}{3}\int e^{3x}\,dx\right) = x^2 \dfrac{e^{3x}}{3} - \dfrac{2}{9} x e^{3x} + \dfrac{2}{9} \cdot \dfrac{e^{3x}}{3} + c$

$F(x) = x^2 \dfrac{e^{3x}}{3} - \dfrac{2}{9} x e^{3x} + \dfrac{2}{9} \dfrac{e^{3x}}{3} + c$

4) Falso

$\int_0^{+\infty} \dfrac{1}{x+1}\,dx = \lim_{a \to +\infty} \int_0^a \dfrac{1}{x+1}\,dx = \lim_{a \to +\infty} \int_0^a \dfrac{dt}{t} = \lim_{a \to +\infty} \ln|t|\Big|_0^a =$

$t = x+1$

$dt = dx$

$\lim_{a \to +\infty} \ln|x+1|\Big|_0^a = \lim_{a \to +\infty} (\ln|a+1| - \ln 1) = +\infty$ Diverge

29

CE. Ex. MAT. II - 26/02/08

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 2 Comisión:................. Profesor:... **REG. o LIB.**:.......................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Calcule $f_{yx}(1,1)$, siendo $f(x,y)=3xy+e^{2xy}-\ln(xy+4)$

b) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

"La función ingreso total correspondiente a la función de demanda $p(x)=75-x^2$ *tiene un máximo si* $x_0=4$ *"*

2) a) Determine el o los intervalos donde la función $f(x)=2x^3-3x^2$ es decreciente.

b) Determine, si es posible, las coordenadas del o de los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)=x^3-3x^2+6$

3) a) Halle el área de la región encerrada por las gráficas de $f(x)=x^3+1$ y $g(x)=x+1$ en el segundo cuadrante

b) Halle todas las primitivas de $f(x)=x.sen\left(x^2+3\right)+\dfrac{3}{x-1}$

4) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) La función $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+5} & si\ x>-1\\ -x+2 & si\ x\leq -1\end{cases}$ es continua en $x_0=-1$

b) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$ en el punto de abscisa $x_0=2$ es $y=2x+1$

5) a) Si $f(x)=2x^2+1$, calcule $f'(1)$ a partir de la definición de derivada, como límite de un cociente incremental

b) Aplique a $f(x)=\ln(5x+1)$ el desarrollo de Mac Laurin expresando el término complementario o resto en la derivada 3ra.

Desarrollar en hoja aparte

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

6) a) Complete expresando como una sola integral: $\int 8f(x)\,dx+2\int g(x)\,dx=$ ....

b) Enuncie y demuestre la fórmula de integración por partes.

7) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

a) Si $f(x)$ y $g(x)$ son continuas en x_0 y $g(x_0)=0$ entonces $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ es continua en x_0

b) Si $f^{-1}(x)$ es la función inversa de $f(x)$, entonces $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{f(x)}$, con $f(x)\neq 0$

8) a) Enuncie el teorema de Bolzano e interprete gráficamente dicho enunciado.

b) Complete: *"El límite ordinario* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ *existe si y sólo si los límites laterales* ... ... *"*

26/02/08

Tarea 2

1 a) $f(x,y) = 3xy + e^{2xy} - \ln(xy+4)$ $\boxed{f_{yx}(1,1) = 3 + 6e^2 + \frac{4}{25}}$

$f_y = 3x + e^{2xy} \cdot 2x - \frac{1}{xy+4} \cdot x$

$f_{yx} = 3 + e^{2xy} \cdot 2y \cdot 2x + e^{2xy} \cdot 2 + \frac{xy}{(xy+4)^2} - \frac{1}{xy+4}$

$f_{yx}(1,1) = 3 + 2e^2 + 4e^2 + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{71}{25} + 6e^2$

b) $p(x) = 75 - x^2$ $\boxed{\text{Falso}}$

$I(x) = x\,p(x) = 75x - x^3$

$I'(x) = 75 - 3x^2$ $\Rightarrow I'(x) = 0$

$3x^2 = 75$

$x = \pm 5 \Rightarrow \underline{x = +5}$ → aplicac' a la economía.

$I''(x) = -6x$

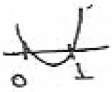
$I''(5) = -6 \cdot 5 < 0 \Rightarrow$ hay un max. en $I(5) = 250$.

2 a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2$

Recordar que $f'(x) < 0$ en $(a;b) \Rightarrow f$ decrece en $(a;b)$

$f'(x) = 6x^2 - 6x$

$6x^2 - 6x < 0$



$x(6x - 6) < 0 \Rightarrow f'(x) < 0$ en $(0;1) \Rightarrow f$ decrece en $(0;1)$

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ $D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

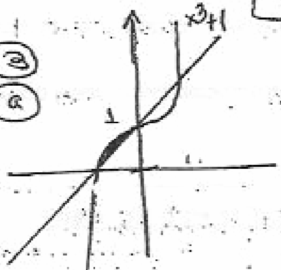
$f''(x) = 6x - 6 = 0$ $\boxed{x = 1}$

	$x<1$	$x=1$	$x>1$
$f''(x)$	−		+
$f(x)$	conc↓		conc↑

$f(1) = 4$.

$PI = (1, 4)$.

3 a)



Para hallar los extremos de integración igualo las funciones $x^3 + 1 = x + 1$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0$ $\begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

II Cuadrante ⇒ $x = 0$, $x = -1$

$\int_{-1}^{0} [(x^3+1) - (x+1)]\,dx = \int_{-1}^{0} (x^3 - x)\,dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{0} = 0 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) $\int \left[x \operatorname{sen}(x^2+3) + \frac{3}{x-1}\right] dx =$

$\int x \operatorname{sen}(x^2+3)\,dx = \int \operatorname{sen} t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int \operatorname{sen} t\,dt = -\frac{1}{2} \cos t + c = -\frac{1}{2} \cos(x^2+3) + c$

$t = x^2 + 3$

$dt = 2x\,dx$

$\frac{dt}{2} = x\,dx$

$\int \frac{3}{x-1}\,dx = 3 \int \frac{dt}{t} = 3 \ln|t| + c = 3 \ln|x-1| + c$

$t = x - 1$

$dt = dx$

$F(x) = -\frac{1}{2} \cos(x^2+3) + 3 \ln|x-1| + C.$

CE. Ex. MAT. II - 16/12/08

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 2 Comisión:.................. Profesor:.. **REG. o LIB.**:........................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Dada la siguiente función, calcule la derivada parcial segunda indicada: $f(x,y)=3e^{xy}+\ln(xy+y)$, $f_{yx}(1,0)=?$

b) Verdadero o falso. Justifique su respuesta: *"La función costo marginal correspondiente a la función costo total* $CT(x)=3x^4+4x^3+12x+10$ *tiene un máximo relativo en* $x_0=10$ *"*

2) Realice el estudio completo y grafique la función $f(x)=-x-\dfrac{1}{x}$.

3) a) Calcule $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-2x}\,dx$

b) Halle todas las primitivas de $f(x)=x.\ln(3x)$

4) a) Halle la pendiente de la recta tangente a la grafica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x_0=0$, siendo $f(x)=e^{x^2+1}.(x^3+x)+\dfrac{\ln(x^2+1)}{\sqrt{x+1}}$

b) Calcule $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(2+\frac{1}{x}\right)^{3x}$

5) a) Mediante corrimientos de la gráfica de $f(x)=\sqrt{x}$ obtenga la gráfica de $g(x)=2+\sqrt{x+1}$

b) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta: *"La función* $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x^3+x^2}$ *es continua en* $\mathbb{R}$ *"*

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

Desarrollar en hoja aparte

6) a) Demuestre que si $F(x)$ y $G(x)$ son dos primitivas (o antiderivadas) de $f(x)$ en el intervalo I entonces $G(x)-F(x)=c$ (constante) $\forall x\in I$

b) Complete: *"Se la función $f(x)$ es par, entoncés su gráfica es simétrica respecto... ... ..."*

7) a) Complete: *"Si* $\displaystyle\lim_{x\to x_0} f(x)=L$ *, esto significa que para todo* $\varepsilon>0$*, existe* $\delta>0$ *tal que si* $0<|x-x_0|<\delta$ *entonces* $|f(x)-L|$ ... $<\varepsilon$ ... ..."

b) Exprese como una sola integral: $k_1\int f(x)\,dx+k_2\int g(x)\,dx=$ ...., siendo k_1,k_2 constantes.

16-12-08

Tema 2

$f(x,y) = 3e^{xy} + \ln(xy+y)$ $\qquad f_{yx}(1;0) =$

$f_y = 3e^{xy}\cdot x + \dfrac{1}{xy+y}\cdot(x+1)$

$f_{yx} = 3e^{xy}\cdot xy + 3e^{xy} + \dfrac{(-1)}{(xy+y)^2}\cdot y\cdot(x+1) + \dfrac{1}{xy+y}\cdot 1$

$f(1;0) =$

Falso

(6) $CT(x) = 3x^4 + 4x^3 + 12x + 10$

$CMg = CT'(x) = 12x^3 + 12x^2 + 12$ $\qquad CT''(x) = 36x^2 + 24x \Rightarrow$ $\qquad x(36x+24) = 0$

$x = 0$

$\cancel{x = \frac{24}{36}}$

$CT'''(x) = 72x + 24$

$C'''(0) = 24 > 0 \rightarrow mr = (0;12)$ $\qquad CT'''_{(0)} = 24 > 0 \Rightarrow mr$

(2) $f(x) = -x - \dfrac{1}{x}$

- $Df = \mathbb{R} - \{0\}$
- $\cap$ c/ eje x $\Rightarrow -x - \dfrac{1}{x} = 0$

$\dfrac{-x^2-1}{x} = 0 \rightarrow x^2 = -1 \;\nexists$

- $\cap$ c/ eje y $\rightarrow f(0) \;\nexists$.
- $f(x) = f(-x)$

$-x - \frac{1}{x} = -(-x) - \frac{1}{-x}$

$-x - \frac{1}{x} = x + \frac{1}{x}$

NO PAR

- $f(x) = -f(-x)$

$-x - \frac{1}{x} = -\left[-(-x) - \frac{1}{-x}\right]$

$-x - \frac{1}{x} = -\left[x + \frac{1}{x}\right]$

$-x - \frac{1}{x} = -x - \frac{1}{x}$

f = impar

Ptos críticos

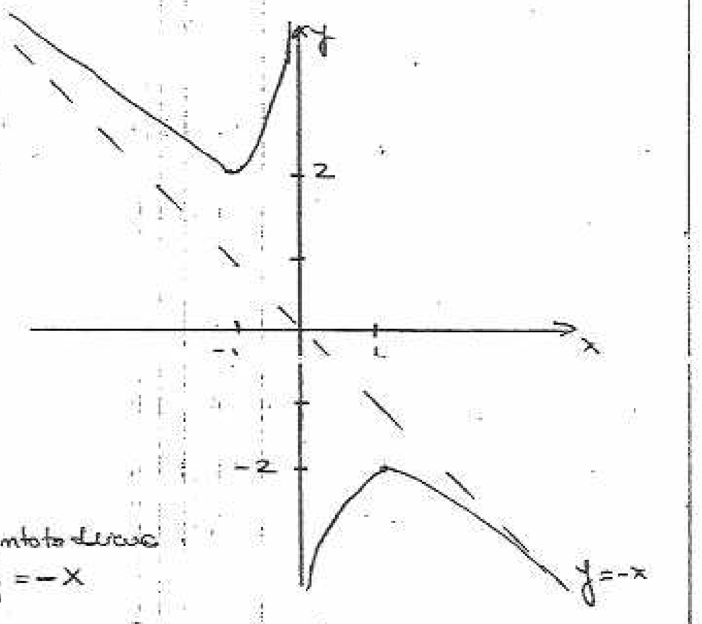
$f'(x) = -1 + \dfrac{1}{x^2} \Rightarrow \dfrac{-x^2+1}{x^2} = 0$

$\boxed{x = \pm 1}$

	$f'(x)$	$f(x)$	
$(-\infty;-1)$	$-$	decrece	$mr = (-1;2)$
$(-1;0)$	$+$	crece	
$(0;1)$	$+$	crece	$Mr = (1;-2)$
$(1;+\infty)$	$-$	decrece	

Ptos de Inflexión $\quad f''(x) = -\dfrac{1}{x^3}$

$f''(x) = 0 \;\nexists$.



- $\lim\limits_{x\to 0^+} -x - \frac{1}{x} = -\infty$
$\lim\limits_{x\to 0^-} -x - \frac{1}{x} = +\infty$] AV $\Rightarrow x = 0$ (eje y)

$\lim\limits_{x\to +\infty} -x - \frac{1}{x} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to -\infty} -x - \frac{1}{x} = +\infty$] no hay A.Ho.

$\lim\limits_{x\to \pm\infty} \dfrac{-x - 1/x}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} -1 - \frac{1}{x^2} = -1$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \left(\cancel{-x} - \frac{1}{x} - (\cancel{-x})\right) = 0$] Asíntota oblicua $y = -x$

(3) (a) $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-2x}\,dx = \lim_{a\to\infty}\int_0^a e^{-2x}\,dx = \lim_{a\to\infty} \frac{e^{-2x}}{-2}\Big|_0^a = \lim_{a\to\infty} -\frac{e^{-2a}}{2} + \frac{e^0}{2} = +\frac{1}{2}$ CONVERGE

(b) $\displaystyle\int x\ln 3x\,dx = \frac{x^2}{2}\cdot\ln 3x - \frac{1}{2}\int x^{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}dx = \frac{x^2}{2}\cdot\ln 3x - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2} + C$

$u = \ln 3x \qquad dv = x$

$du = \frac{1}{\cancel{3}x}\cdot\cancel{3}\,dx = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^2}{2}$

CE. Ex. MAT. II - 02/12/08

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 1 Comisión:.................. Profesor:... REG. o LIB.:.........................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Dada la función $f(x,y)=xe^{2xy}$, calcule $f_{xy}(1,1)$

b) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

"La función de demanda $p(x)=100-x^2$ es elástica en $x_0=5$"

2) Determine los extremos relativos y puntos de inflexión de $f(x)=x^3-6x^2+1$.

3) a) Halle el área de la región del plano encerrada por la gráfica de $f(x)=x^2+3x$ y la recta $y=-x$. Grafique previamente y marque la región.

b) Calcule $\int \frac{3x}{x^2+3}dx$

4) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) La serie geométrica $\sum_{n=1}^{\infty} 2\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$ es convergente y su suma es $\frac{2}{5}$

b) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{3}{n}\right)^n=e$

5) a) Dada $f(x)=\frac{x^2+x+2}{x-1}$, halle su asíntota vertical y la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x_0=2$

b) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta: *"Si $\lim_{x\to 3} f(x)=+\infty$ entonces $\lim_{x\to 3} 2^{f(x)}=+\infty$"*

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

Desarrollar en hoja aparte

6) a) Demuestre que si $f(x)$ y $g(x)$ son continuas en x_0, entonces la función diferencia $f(x)-g(x)$ es continua en x_0

b) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta: *"La suma de funciones es conmutativa"*

7) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) *"Sea la función compuesta $(f\circ g)(x)$, entonces $(f\circ g)'(x)=f'(x).g'(x)$"*

b) *"Dada la función $y=f(x)$, si $f'(x)>0$ en $(a;b)$ entonces $f(x)$ es cóncava hacia arriba en $(a;b)$"*

8) a) Complete: *"Si $F(x)$ es una primitiva o antiderivada de $f(x)$ en $(a;b)$, entonces $F'(x)=$ ...."*

b) Complete: $\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx-\int_c^c f(x)dx=$ ....

1a) 2-12-08

Tema 1

$f(x,y) = x\cdot e^{2xy}$ $\qquad f_{xy}(1,1) = 8e^2$

$f_x = e^{2xy} + xe^{2xy}\cdot 2y$

$f_{xy} = e^{2xy}\cdot 2x + 2x\, e^{2xy}\cdot 2x\cdot y + 2x\, e^{2xy}\cdot 1 = 2xe^{2xy}\cdot(2xy+2)$

b) $E(x) = \left|\dfrac{x_0\, p'(x_0)}{p(x_0)}\right| = \Rightarrow E(5) = \left|\dfrac{5\cdot(-10)}{75}\right| = \dfrac{2}{3} < 1 \Rightarrow$ inelástica.

Falso

$p'(x) = -2x \rightarrow p'(5) = -10$

$p(5) = 100 - 5^2 = 75$

2) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 12x$

$3x(x-4) = 0 < \begin{matrix} x=0 \\ x=4 \end{matrix}$

	$f'(x)$	$f(x)$
$(-\infty;0)$	+	crece
$(0;4)$	−	decrece
$(4;+\infty)$	+	crece

x criterio de la f'

$> Mr(0;1)$

$> mr(4;-31)$

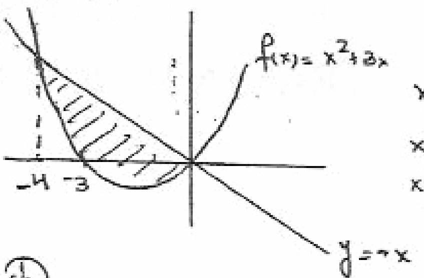
$f''(x) = 6x - 12 \Rightarrow 6x-12=0$

$x = 2$

	$f''(x)$	$f(x)$
$(-\infty;2)$	−	cónc↓
$(2;+\infty)$	+	cónc↑

$PI = (2;-15)$

3) a)



$x^2+3x = -x$

$x^2+4x = 0$

$x(x+4) = 0 < \begin{matrix} x=0 \\ x=-4 \end{matrix}$

$$\int_{-4}^{0} (-x-(x^2+3x))\,dx = \int_{-4}^{0} (-x^2-4x)\,dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2}\right)\Big|_{-4}^{0} = 0 - \left(-\frac{32}{3}\right) = \frac{32}{3}$$

b)

$$\int \frac{3x}{x^2+1}\,dx = 3\int \frac{x\,dx}{x^2+1} = \frac{3}{2}\int \frac{dt}{t} = \frac{3}{2}\ln|t| + c = \frac{3}{2}\ln|x^2+1| + c.$$

$t = x^2+1$

$dt = 2x\,dx$

CE. Ex. MAT. II - 02/12/08

Apellido y nombres:.. Legajo: ....

TEMA 4 Comisión:................. Profesor:.. **REG. o LIB.**:......................

PRÁCTICA REGULARES: hacen Ej. 1), 2) y 3) - LIBRES: hacen Ej. 1), 2), 3), 4), 5)

Nota: no trabajar en esta hoja

1) a) Calcule $f_{yx}(1,1)$, siendo $f(x,y)=\sqrt{y}.\ln(x.y)$

b) Verdadero o falso. Justifique su respuesta:

"La función de ingreso total correspondiente a la función de demanda $p(x)=108-x^2$ es creciente en $[0;6]$"

2) Determine el o los intervalos donde la función $f(x)=3x^2-x^3$ es cóncava hacia abajo y halle, si es posible, sus puntos de inflexión.

3) a) Halle el área de la región del plano encerrada por las gráficas de $f(x)=x^2-x$ y $g(x)=x-x^2$. Grafique previamente y marque la región.

b) Halle todas las primitivas de $f(x)=\dfrac{7x}{x^2+1}+5.\sqrt{x}$

4) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) La integral impropia $\int_0^{+\infty} e^{-2x}dx$ es convergente.

b) la función $f(x)=\dfrac{-2x^2+x-3}{(x-1)^2}$ presenta en $x_0=1$ una discontinuidad evitable.

5) a) Dada $f(x)=(x-1)^2$, calcule $f'(1)$ a partir de la definición de derivada como limite del cociente incremental.

b) Calcule $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+2}{n}\right)^{n+1}$

Desarrollar en hoja aparte

TEORÍA (REGULARES Y LIBRES)

6) a) Complete expresando como una sola integral: $3\int_a^b f(x)dx-\int_a^b f(x)dx=$..................

b) Enuncie y demuestre la fórmula de integración por partes.

7) Verdadero o Falso. Justifique su respuesta:

a) *"Dada la función $y=f(x)$, si $f'(x_0)=0$ y $f''(x_0)\neq 0$ entonces $f(x_0)$ es un extremo relativo"*

b) Escriba los cuatro primeros términos de la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a.q^{n-1}=$............... Indique de qué serie se trata y cuándo es convergente.

8) a) Enuncie el Teorema de Rolle e interprete gráficamente el enunciado.

b) Complete: Teniendo en cuenta la definición de integral indefinida: $\int f(x)\,dx=$..........

2-12-08

Tema 4

① $f(x;y) = \sqrt{y} \cdot \ln(x \cdot y)$

ⓐ $f_{yx} = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \ln(x \cdot y) + \sqrt{y} \cdot \frac{1}{\cancel{x}y} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \ln(x \cdot y) + \frac{1}{\sqrt{y}}$

$f_{yx}(1;1) = \frac{1}{2}$

$f_{yx} = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{x\cancel{y}} \cdot \cancel{y} + 0 = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2\sqrt{y} \cdot x}$

ⓑ $I(x) = x(108 - x^2)$

$I(x) = 108x - x^3$

$I'(x) = 108 - 3x^2 =$

$\frac{108}{3} = x^2$

$x = \pm 6$

	$I'(x)$	$I(x)$
$(0;6)$	+	crece
$(6;+\infty)$	−	decrece

$I'(x) > 0$ en $(0;6) \Rightarrow I(x)$ crece en $(0;6)$

$I'(x) < 0$ en $(6;+\infty) \Rightarrow I(x)$ decrece en $(6;+\infty)$

2) $f(x) = 3x^2 - x^3 \quad Df = \mathbb{R}$

$f'(x) = 6x - 3x^2$

$f''(x) = 6 - 6x \Rightarrow$

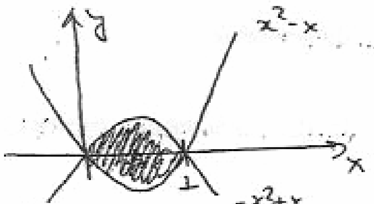
$-6x = -6$

$x = 1$

	$f''(x)$	$f(x)$
$(-\infty;1)$	+	conc ↑
$(1;+\infty)$	−	conc ↓

$PI = (1;2)$

③



$A = \int_0^1 [(-x^2+x) - (x^2-x)]dx = \int_0^1 (-2x^2+2x)\,dx =$

$= \left(-\frac{2x^3}{3} + x^2\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

$-x^2 + x = 0$

$x(-x+1) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

ⓑ $7\int \frac{x}{x^2+1}\,dx = \frac{7}{2}\int \frac{dt}{t} = \frac{7}{2} \ln|t| + c = \frac{7}{2} \ln|x^2+1| + c$

$t = x^2+1$

$dt = 2x\,dx \Rightarrow \frac{dt}{2} = x\,dx$

$\int 5\sqrt{x}\,dx = 5\int \sqrt{x}\,dx = 5\,\frac{x^{3/2}}{3/2} + c = \frac{10}{3} x^{3/2} + c$

$F(x) = \frac{7}{2} \ln|x^2+1| + \frac{10}{3} x^{3/2} + c$